<u>Aralık Ayı Sorusunun Çözümü</u>

Öncelikle $f(x) = e^{-x^2}$ fonksiyonu $(-\infty, +\infty)$ aralığında tanımlıdır ve y −eksenine göre simetriktir. $f(x) = e^{-x^2}$, $[0, \infty)$ aralığında azalan ve $\lim_{x\to\infty} e^{-x^2} = 0$ olduğundan bu fonksiyon integrallenebilirdir. Bu durumda I gibi bir değere eşittir. O halde

$$\begin{aligned} I^2 &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \right)^2 \\ &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy \right) \\ &= \int_{\infty}^{\infty} \int_{\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)}\, dx\, dy \\ &= \int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{0}^{\infty} e^{-r^2} r dr \\ &= 2\pi \lim_{R\to\infty} \left(-\frac{1}{2}\, e^{-r^2} \right) \Big|_{0}^{R} \\ &= \pi \end{aligned}$$

Bu durumda $I = \sqrt{\pi}$ olur.

Men of Mathematics kitabından bir anekdot;

“

Lord Kelvin bir sınıfa “Bir matematikçi kimdir?” diye sorduktan sonra tahtaya

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

eşitliğini yazar ve sınıfa dönerek “Sizin için iki kere ikinin dört olduğu ne kadar açıksa bu eşitliğin de kendisi için o kadar açık olan kişi bir matematikçidir.” der.

”